

# PENENTUAN METODE TERBAIK UNTUK PENDUGAAN *LIFE TABLE* PENDUDUK LANJUT USIA DI INDONESIA

M. RIYANA<sup>1</sup>, H. SUMARNO<sup>2</sup>, B. SUHARJO<sup>3</sup>

## Abstrak

Meningkatnya harapan hidup berdampak pada peningkatan populasi lansia. Hal ini mendorong pemerintah untuk segera merumuskan kebijakan agar lansia dapat terus berkarya tanpa bergantung kepada penduduk produktif. Untuk itu diperlukan informasi jumlah penduduk lansia namun informasi ini belum tersedia, sehingga perlu menyusun tabel hayat lengkap lansia untuk mengetahui jumlah penduduk lansia yang betahan hidup di atas umur 60 tahun. Penelitian ini bertujuan untuk menduga tabel hayat lengkap lansia di Indonesia. Di mana ada beberapa metode yang tersedia untuk menduga tabel tersebut berdasarkan tabel hayat ringkas. Metode yang digunakan antara lain metode Kostaki, Elandt-Johnson dan Heligman-Pollard. Serta dilakukan modifikasi Heligman-Pollard dengan laju kematian distribusi Gompertz maupun Makeham. Diperoleh hasil penelitian bahwa metode Heligman-Pollard baik digunakan untuk menduga tabel hayat lengkap Indonesia.

**Kata kunci:** lansia, Gompertz, tabel hayat, Makeham

## PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara berstruktur tua karena penduduk umur 60 tahun ke atas mencapai angka 7% dari total penduduk menurut Kementerian Kesehatan RI [4]. Data Sensus Penduduk menunjukkan bahwa proporsi penduduk lanjut usia (lansia) semakin meningkat, di mana jumlah lansia di Indonesia pada tahun 2000 memiliki proporsi penduduk lansia mencapai 7.18%, tahun 2005 proporsinya mencapai 8.48% dan meningkat lagi menjadi 9.77% pada tahun 2010. Peningkatan proporsi penduduk lansia tersebut dikarenakan semakin baik kualitas pelayanan kesehatan, meningkatnya kesejahteraan penduduk (kondisi sosial ekonomi masyarakat) dan meningkatnya pengetahuan masyarakat.

Meningkatnya proporsi penduduk lansia menjadikan pemerintah perlu ditunjukan kepada kelompok penduduk lansia. Tujuannya agar penduduk lansia dapat terus berkarya, masih dapat ikut serta dalam pembangunan dan tidak menjadi beban bagi masyarakat. Sesuai dengan Undang-Undang Nomor 36 tahun 2009 pasal 138 ayat 1 yang menetapkan bahwa upaya pemeliharaan kesehatan bagi lansia harus

<sup>1</sup> Mahasiswa S2 Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. Email: [minuk.riyana@gmail.com](mailto:minuk.riyana@gmail.com)

<sup>2</sup> Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail : [hadisumarno@yahoo.com](mailto:hadisumarno@yahoo.com)

<sup>3</sup> Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680. E-mail: [budi.suharjo@yahoo.com](mailto:budi.suharjo@yahoo.com)

ditujukan untuk menjaga agar tetap hidup sehat dan produktif secara sosial maupun ekonomis sesuai dengan martabat kemanusiaan. Ayat 2 menetapkan bahwa pemerintah wajib menjamin ketersediaan fasilitas pelayanan kesehatan dan memfasilitasi kelompok lansia untuk dapat tetap hidup mandiri dan produktif secara sosial dan ekonomis menurut Kementerian Kesehatan RI [4]. Sehingga untuk merumuskan kebijakan dan program dalam mengantisipasi peningkatan penduduk lansia, diperlukan informasi yang akurat mengenai jumlah kematian penduduk lansia (di atas 60 tahun). Di mana informasi tersebut dapat di lihat pada *life table* atau tabel hayat.

Saat ini Indonesia belum memiliki tabel hayat yang diperoleh dari data kematian menurut umur. Tabel hayat yang tersedia diperoleh dari informasi yang masih berupa hasil pendugaan yang disesuaikan dengan tabel hayat Coale Demeny model barat. Secara umum tabel hayat yang tersedia merupakan tabel hayat yang dikenal dengan tabel hayat ringkas (THR). THR adalah tabel yang berisi data kematian penduduk dengan interval umur lima tahunan. Sedangkan untuk melihat jumlah kematian setiap umur lansia dibutuhkan tabel hayat lengkap (THL), akan tetapi THL yang dikeluarkan Badan Pusat Statistik Indonesia belum tersedia. THL adalah tabel yang berisi data kematian interval umur tahunan. THL Indonesia sendiri pernah dikeluarkan oleh Biro pusat aktuaria yang bekerja sama dengan PT. Taspen untuk menerbitkan THL walaupun masih sangat terbatas. THL yang pernah diterbitkan tersebut yaitu THL pada tahun 1999, 2011 dan 2012.

Karena keterbatasan THL maka beberapa peneliti melakukan pendugaan melalui interpolasi THL berdasarkan THR di antaranya dilakukan oleh Elandt dan Johnson [2], Heligman dan Pollard [3], serta Kostaki dan Lanke [5]. Selanjutnya Supono [9] dan Zulkarnaen [11] telah melakukan penelitian untuk membandingkan metode-metode pendugaan THL, namun keduanya belum terfokus pada penelitian lansia. Pada penelitian terdahulu masih diperoleh kekurangan seperti pada penelitian Kostaki dan Lanke [5] metode pendugaannya memerlukan tabel hayat standar. Sedangkan untuk beberapa negara berkembang tabel tersebut masih belum tersedia dan permasalahan lainnya terdapat keterbatasan pada THR yang hanya tersedia dari umur  $x = 0$  tahun hingga  $x = 75$  atau  $x = 80$  tahun.

Dengan demikian, permasalahan di atas perlu diteliti untuk mendapatkan pendugaan THL lansia terbaik dengan menggunakan beberapa metode interpolasi. Sedangkan untuk pendugaan THR umur di atas 80 tahun atau berdasarkan kondisi THR yang dimiliki Indonesia dilakukan ekstrapolasi (pendugaan THR untuk umur 80 hingga 110 tahun) dengan menggunakan laju kematian dari distribusi Gompertz dan Makeham.

Berdasarkan masalah tersebut maka tujuan dari penelitian ini adalah melakukan perbandingan pendugaan THL lansia dengan menggunakan beberapa metode yang tersedia untuk memperoleh metode terbaik. Beberapa metode tersebut yaitu metode Kostaki (Kos), Heligman-Pollard (HP), dan Elandt-Johnson (EJ) serta mencoba memodifikasi Heligman-Pollard (mHP). Di mana sebelum melakukan pendugaan tersebut perlu ekstrapolasi data dengan menggunakan laju

kematian distribusi Gompertz dan Makeham untuk mendapatkan THR lansia umur 80 tahun ke atas. Di mana metode terbaik yang diperoleh akan diterapkan untuk data kematian Indonesia.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Tabel Hayat (*Life Table*)

Tabel hayat adalah daftar yang berisi riwayat kehidupan suatu penduduk menurut umur, yang menerangkan riwayat suatu kelompok hipotesis (*hypothetical group*) atau suatu kelompok penduduk yang berkenaan dengan riwayat kematian secara bertahap menurut Rusli [8].

### Distribusi Gompertz

*Survival distribution function* dari distribusi Gompertz:

$$S_X(x) = \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right); R > 0, a > 0, x > 0.$$

Dari *Survival distribution function* didapatkan *cumulative distribution function*

$$F_X(x) = 1 - \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right)$$

dan *probability distribution function*

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \frac{d}{dx} \left( 1 - \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right) \right) \\ &= -\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right) \frac{d}{dx} \left( \frac{R}{a}(1 - e^{ax}) \right) \\ &= -\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right) (-Re^{ax}) \\ &= Re^{ax} \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right). \end{aligned}$$

Selanjutnya diperoleh *Force of Mortality* penduduk umur  $x$  ( $\mu_x$ ) sebagai berikut:

$$\mu_x = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} = \frac{Re^{ax} \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right)}{\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right)} = Re^{ax}; R > 0 \text{ dan } a > 0$$

dengan  $R$  merupakan tingkat kematian umum dan  $a$  adalah laju pertumbuhan umur yang spesifik dari *force of mortality* [10].

### Distribusi Makeham

*Survival distribution function* dari distribusi Makeham:

$$S_X(x) = \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax}) - Ax\right); R > 0, a > 0, x > 0 \text{ dan } A > -R.$$

Dari *Survival distribution function* didapatkan *cumulative distribution function*

$$F_X(x) = 1 - S_X(x) = 1 - \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax} - Ax)\right)$$

dan *probability distribution function*

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \frac{d}{dx} \left( 1 - \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax} - Ax)\right) \right) \\ &= -\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax} - Ax)\right) \frac{d}{dx} \left( \frac{R}{a}(1 - e^{ax} - Ax) \right) \\ &= -\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right) (-A - Re^{ax}) \\ &= (A + Re^{ax}) \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right). \end{aligned}$$

Selanjutnya diperoleh *Force of Mortality* penduduk umur  $x$  ( $\mu_x$ ) sebagai berikut:

$$\mu_x = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} = \frac{(A + Re^{ax}) \exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right)}{\exp\left(\frac{R}{a}(1 - e^{ax})\right)} = A + Re^{ax} [10].$$

### Uji Kesesuaian Data

Kesesuaian hasil pendugaan tabel hayat lengkap terhadap data asli perlu dilakukan pengujian. Pengujian tersebut dilakukan dengan menggunakan *root mean square error* (RMSE) menurut Mathews [6] didefinisikan sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|^2}; i = 1, 2, \dots, n$$

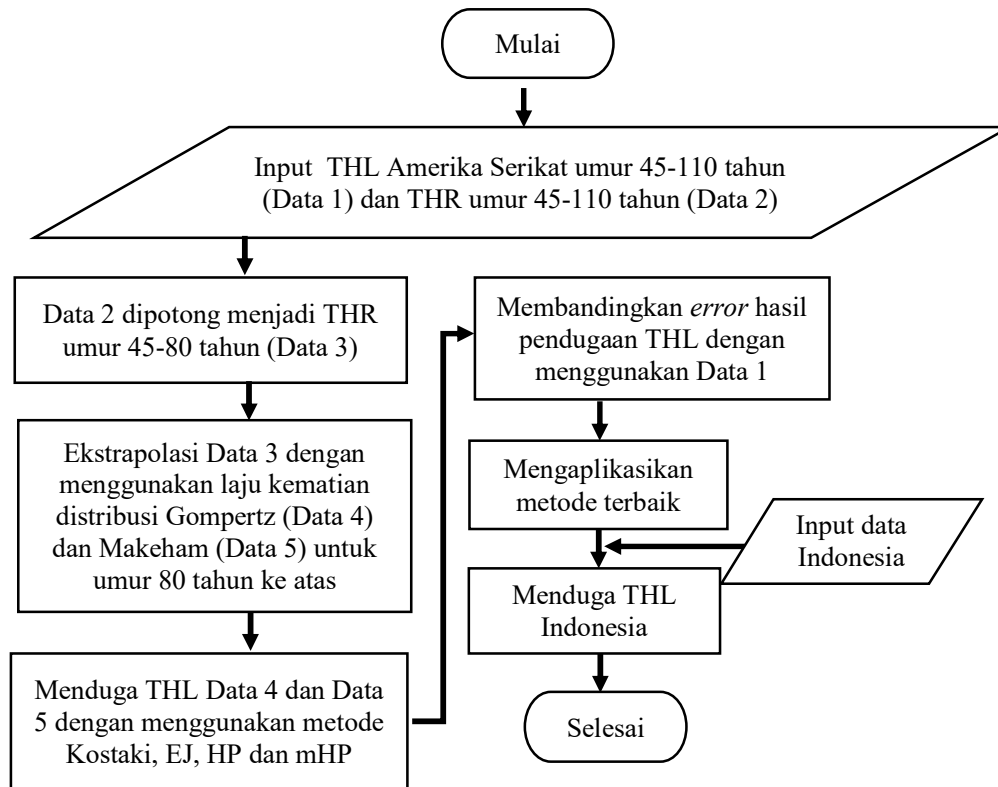
di mana  $y_i$  adalah nilai sebenarnya dan  $\hat{y}_i$  adalah nilai dugaan.

## METODE

### Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yaitu data kematian THL Amerika Serikat tahun 2014, tabel hayat standar (THL Amerika Serikat tahun 2009) serta THR Amerika Serikat tahun 2014. Data tersebut diperoleh dari *website www.mortality.org*, sedangkan data kematian Indonesia diperoleh dari hasil tesis Purwanti [7] yaitu THR wanita Indonesia dan tabel hayat standar digunakan THL wanita tahun 1999 yang diperoleh dari Biro Pusat Aktuaria [1].

### Tahapan Penelitian



Gambar 1 Diagram alur tahapan penelitian

Berdasarkan Gambar 1 alur tahapan penelitian menggunakan data negara Amerika Serikat bertujuan untuk menentukan metode terbaik bagi Indonesia. Data tersebut digunakan karena negara Amerika Serikat merupakan negara maju dan telah memiliki tabel hayat bukan pendugaan tabel hayat seperti yang dimiliki negara berkembang. Pemotongan THR Amerika Serikat bertujuan untuk menyesuaikan dengan data Indonesia yang memiliki batasan akhir umur 80 tahun. Penggunaan pemotongan THR dimulai dari umur 45 tahun dikarenakan pada beberapa metode untuk mendapatkan nilai duga umur 60 tahun THL membutuhkan data dari umur 45 tahun ke atas.

### Metode Ekstrapolasi

Langkah yang dilakukan untuk ekstrapolasi THR lansia dengan menggunakan laju kematian distribusi Gompertz dan Makeham sebagai berikut:  
 Langkah 1: Membentuk model peluang kematian 5 tahun dengan menggunakan laju kematian distribusi Gompertz dengan  $\mu(x) = R \exp(ax)$  dan

Makeham dengan  $\mu(x) = A + R \exp(ax)$  dengan menggunakan rumus [3]:

$${}_np_x = \exp\left(-\int_0^n \mu(x+s) dy\right), \quad (1)$$

dengan

$${}_nq_x = 1 - {}_np_x, \quad (2)$$

di mana

${}_np_x$  : Merupakan peluang seseorang bertahan hidup antara umur tepat  $x$  hingga  $x + n$

${}_nq_x$  : Peluang seseorang tepat berumur  $x$  meninggal sebelum mencapai umur  $x + n$

- Langkah 2: Membentuk persamaan (2) menjadi persamaan regresi linear  $Y = A + Bx$ .
- Langkah 3: Mencari rumus  $R$  dan  $a$  untuk Gompertz dan  $A$ ,  $R$  dan  $a$  untuk Makeham dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.
- Langkah 4: Menghitung nilai awal  $R$  dan  $a$  untuk Gompertz dan  $A$ ,  $R$  dan  $a$  untuk Makeham dari Langkah 3.
- Langkah 5: Menduga nilai-nilai parameter  $R$  dan  $a$  untuk Gompertz dan  $A$ ,  $R$  dan  $a$  untuk Makeham dari persamaan (2) dari umur  $x = 60$  hingga  $x = 75$  tahun THR dengan menggunakan menu *FindFit* pada *software Mathematica*.
- Langkah 6: Menghitung nilai penduga  ${}_5q_x$  persamaan (2) dengan menggunakan Langkah 5 untuk mendapatkan THR umur  $x = 80$  hingga  $x = 110$  tahun.
- Langkah 7: Menggabungkan nilai penduga  ${}_5q_x$  persamaan (2) hasil ekstrapolasi pada hasil pemotongan THR Amerika Serikat 2014.

### Metode Interpolasi

Metode interpolasi untuk menduga THL memiliki beberapa metode di antaranya yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode Kostaki, metode Elandt-Johnson dan metode Heligman-Pollard. Pada penelitian ini dilakukan modifikasi model Heligman-Pollard dengan laju kematian distribusi Gompertz dan Makeham. Metode-metode tersebut dijabarkan sebagai berikut:

#### 1. Metode Kostaki

Tahapan yang dilakukan pada metode ini adalah [5]:

- Menentukan konstanta  ${}_nK_x$  untuk setiap interval umur  $[x, x + n)$  dengan menggunakan rumus:

$${}_nK_x = \frac{\ln(1 - {}_nq_x)}{\sum_{i=0}^4 \ln(1 - \tilde{q}_{x+i})}.$$

- Menghitung peluang kematian pada THL dengan menggunakan rumus:

$$\tilde{q}'_x = 1 - (1 - \tilde{q}_x) {}^nK_x.$$

- Menentukan  $\tilde{d}_x$  pada THL dengan menggunakan rumus:

$$\tilde{d}_x = \tilde{q}_x \sum_{y \geq x} {}_5d_y,$$

untuk lainnya digunakan rumus:

$$\tilde{d}_{x+i} = \prod_{j=0}^{i-1} (1 - \tilde{q}_{x+j}) \tilde{q}_{x+i} \sum_{y \geq x} {}_5d_y, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Keterangan:

$\tilde{q}_x$  : Peluang seseorang tepat berumur  $x$  meninggal sebelum mencapai umur  $x + 1$  dari tabel hayat standar

$\tilde{q}'_x$  : Nilai dugaan peluang seseorang tepat berumur  $x$  meninggal sebelum mencapai umur  $x + 1$

$\tilde{d}_x$  : Nilai dugaan banyaknya kematian antara umur  $x$  hingga  $x + 1$ .

## 2. Metode Elandt-Johnson (EJ)

Tahapan yang dilakukan pada metode ini adalah [2]:

- a. Untuk umur 60-74 tahun digunakan interpolasi Lagrange berderajat 5 dengan enam titik interpolan:

$$c_{l_x} = \sum_{i=1}^6 \frac{\prod_{j \neq i} (x - x_j)}{\prod_{j \neq i} (x_i - x_j)} A_{l_i}; i = 1, 2, \dots, 6.$$

- b. Untuk usia di atas 74 tahun diasumsikan fungsi Gompertz dengan fungsi *survival*  $S(x) = \exp\left(\frac{R}{a}(1 - \exp(ax))\right) = b^{1-c^x}$  dengan  $x > 0, R > 0, a > 0, b = \exp\left(\frac{R}{a}\right)$ , dan  $c = \exp(a)$  dengan usia  $x$  dan parameter  $a$  dan  $R$ , kemudian jumlah penduduk yang bertahan hidup pada THL yaitu nilai  $l_x$  ditentukan dengan menggunakan rumus:

$$c_{l_{x+1}} = A_{l_x} \frac{\hat{S}(x+i)}{\hat{S}(x)},$$

di mana

$i = 1, \dots, 4; x = 75, 80, \dots, \gamma - 15$  dan

$i = 1, \dots, (119 - \gamma); x = \gamma - 10$ .

Adapun keterangan:

${}^A l_x$  : Jumlah penduduk yang bertahan hidup pada umur  $x$  dari THR

${}^c l_x$  : Jumlah penduduk yang bertahan hidup pada umur  $x$  dari THL yang akan diduga

## 3. Metode Heligman-Pollard (HP)

Tahapan yang dilakukan pada metode ini adalah [2]:

- a. Menduga parameter-parameter dengan menggunakan rumus:

$${}_n \hat{q}_x = 1 - \prod_{i=0}^{n-1} \left(1 - \frac{F(x+i; c)}{1 + F(x+i; c)}\right),$$

di mana  ${}_n \hat{q}_x$  adalah nilai dugaan peluang seseorang tepat berumur  $x$  akan meninggal sebelum mencapai umur  $x + n$ .

- b. Menduga peluang kematian pada THL dihitung dengan menggunakan rumus:

$$q_x = \frac{F(x; c)}{1 + F(x; c)},$$

di mana  $q_x$  adalah peluang seseorang tepat berumur  $x$  akan meninggal sebelum mencapai umur  $x + 1$ . Dengan rumus:

$$F(x; c) = GH^x,$$

di mana  $G$  menjelaskan *level* kematian dan  $H$  menjelaskan laju peningkatan kematian.

4. Modifikasi Heligman-Pollard dengan menggunakan laju kematian distribusi Gompertz (mHPGom)

Tahapan yang dilakukan pada metode ini adalah:

- a. Menduga parameter-parameter dengan menggunakan rumus:

$${}_5\hat{q}_x = 1 - \prod_{i=0}^{5-1} 1 - \left( \exp \left( \exp \left( \frac{R}{a} \exp(a(x+i)) (1 - \exp(a)) \right) \right) GH^{x+i} \right),$$

di mana  ${}_5\hat{q}_x$  adalah penduga peluang seseorang tepat berumur  $x$  akan meninggal sebelum mencapai umur  $x + 5$ .

- b. Menduga peluang kematian pada THL dihitung dengan menggunakan rumus:

$$q_x = \exp \left( \frac{R}{a} \exp(ax) (1 - \exp(a)) \right) GH^x.$$

5. Modifikasi Heligman-Pollard dengan menggunakan laju kematian distribusi Makeham (mHPMak)

Tahapan yang dilakukan pada metode ini adalah:

- a. Menduga parameter-parameter dengan menggunakan rumus:

$${}_5\hat{q}_x = 1 - \prod_{i=0}^{5-1} 1 - \left( \exp \left( \frac{R}{a} \left( \exp(a(x+i)) - \exp((a(x+i)) + a) \right) - A \right) GH^{x+i} \right),$$

- b. Menduga peluang kematian pada THL dihitung dengan menggunakan rumus:

$$q_x = \exp \left( \frac{R}{a} (\exp(ax) - \exp(ax + a)) - A \right) GH^x.$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Penyusunan THR Amerika Serikat Tahun 2014 hingga umur 80 Tahun

Berdasarkan THR, dilakukan pemotongan hingga umur 80 tahun. Hal ini dilakukan untuk menyesuaikan data yang dimiliki Indonesia sedangkan hasil pemotongan disajikan pada Tabel 1.



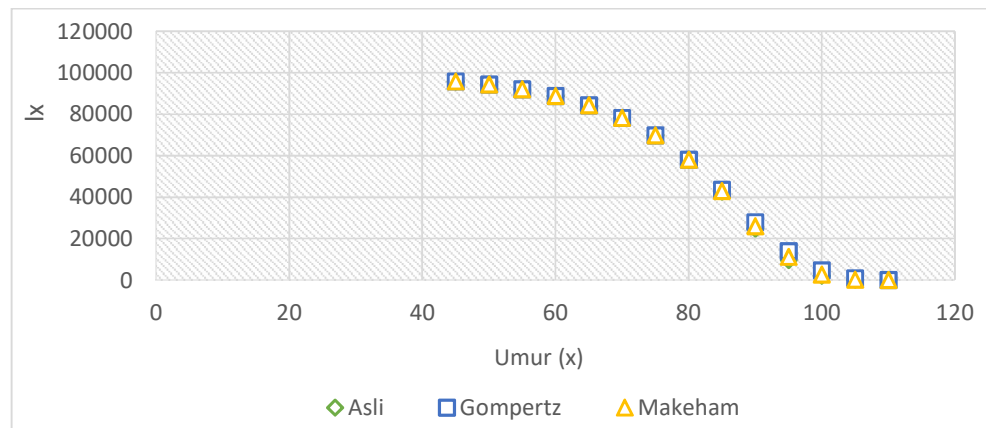
Tabel 1  
Hasil pemotongan THR Amerika Serikat 2014 hingga umur 80 tahun (Data 3)

$x$	$l_x$	${}_nd_x$	${}_nq_x$	${}_nL_x$	$T_x$	$e_x$	$m_x$
45	95831	1507	0.01573	475388	3067155	32.00587	0.00317
50	94324	2296	0.02434	465880	2591767	27.47728	0.00493
55	92028	3259	0.03541	451993	2125887	23.10044	0.00721
60	88769	4420	0.04979	432795	1673894	18.85674	0.01021
65	84349	6079	0.07207	406548	1241099	14.71386	0.01495
70	78270	8517	0.10882	370058	834551	10.66246	0.02302
75	69753	11731	0.16818	319438	464493	6.5911	0.03672
80+	58022	58022	1	145055	145055	2.5	0.4

$l_x$  : Jumlah penduduk yang bertahan hidup hingga mencapai umur tepat  $x$   
 ${}_nd_x$  : Banyaknya kematian antara umur  $x$  hingga  $x + n$   
 ${}_nq_x$  : Peluang seseorang tepat berumur  $x$  akan meninggal sebelum mencapai umur  $x + n$   
 ${}_nL_x$  : Banyaknya penduduk pertengahan tahun yang hidup antara umur  $x$  dan  $x + n$   
 $T_x$  : Total sisa waktu hidup yang akan dijalani oleh penduduk berumur tepat  $x$   
 $e_x$  : Angka harapan hidup penduduk berumur  $x$   
 $m_x$  : Tingkat kematian bagi penduduk berumur  $x$

### Ekstrapolasi THR Amerika Serikat 2014 dengan Menggunakan Laju Kematian Distribusi Gompertz dan Makeham

Hasil ekstrapolasi dengan menggunakan laju kematian distribusi Gompertz dan Makeham digabungkan dengan Data 3 ditampilkan pada Gambar 2.



Gambar 2 Kurva Data 2 dan hasil Data 4 serta Data 5

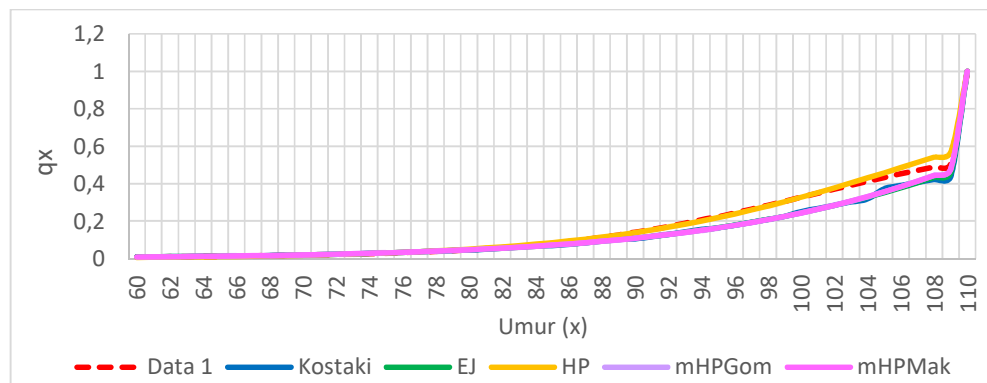
Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa hasil Data 4 dan Data 5 mengikuti pola Data 2 dan kurvanya hampir tidak memiliki jarak dengan kurva Data 2.

### Pendugaan THL berdasarkan THR

Pendugaan nilai  $q_x$  dan  $l_x$  THL lansia dilakukan dengan menggunakan metode Kostaki, EJ, HP, mHPGom dan mHPMak. Pendugaan tersebut menggunakan data ekstrapolasi THR dari Gompertz dan Makeham.

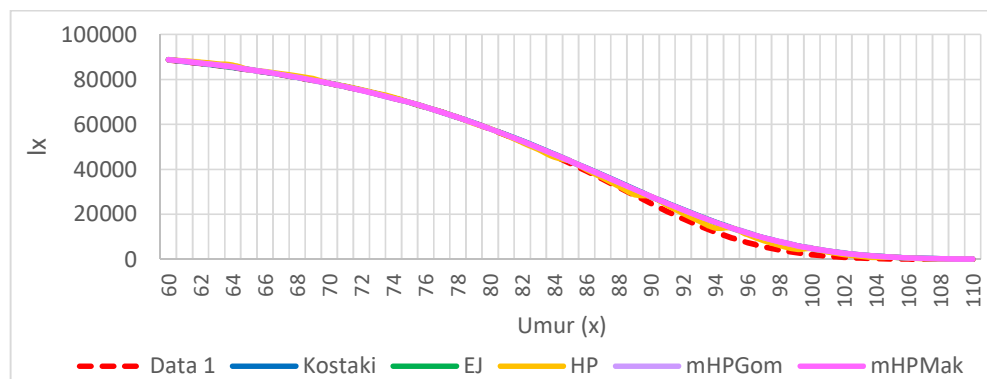
#### Nilai dugaan $q_x$ dan $l_x$ dari Data 4

Hasil nilai dugaan  $q_x$  dan  $l_x$  ditampilkan pada Gambar 3 dan Gambar 4.



Gambar 3 Kurva perbandingan antara nilai  $q_x$  pada Data 1 dan nilai dugaan  $q_x$  THL lansia

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa nilai dugaan  $q_x$  THL lansia dari beberapa metode interpolasi yang digunakan memiliki pola yang sama dengan nilai  $q_x$  pada Data 1. Untuk umur 60 hingga 90 tahun kurvanya saling berhimpit, sedangkan pada umur di atas 90 tahun terdapat beberapa metode interpolasi sedikit menjauhi  $q_x$  pada Data 1. Serta dapat dilihat bahwa kurva metode HP lebih mendekati kurva  $q_x$  pada Data 1 dari pada metode lainnya.

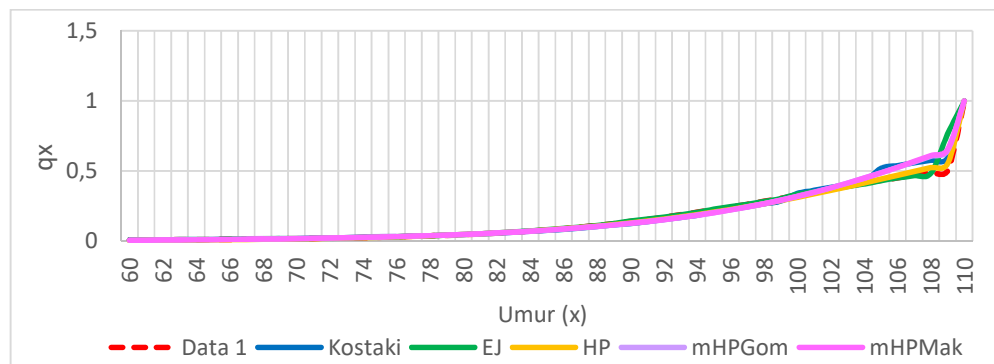


Gambar 4 Kurva perbandingan antara nilai  $l_x$  pada Data 1 dan nilai dugaan  $l_x$  THL lansia

Gambar 4 menunjukkan bahwa nilai dugaan  $l_x$  THL lansia dari beberapa metode interpolasi yang digunakan memiliki pola yang sama dengan nilai  $l_x$  pada Data 1, yaitu cenderung monoton turun. Artinya jumlah penduduk pada populasi lansia tersebut berkurang seiring bertambahnya umur dari suatu individu populasi lansia akibat adanya kematian. Serta dapat dilihat bahwa semua metode yang digunakan kurvanya hampir berhimpitan dengan kurva  $l_x$  pada Data 1.

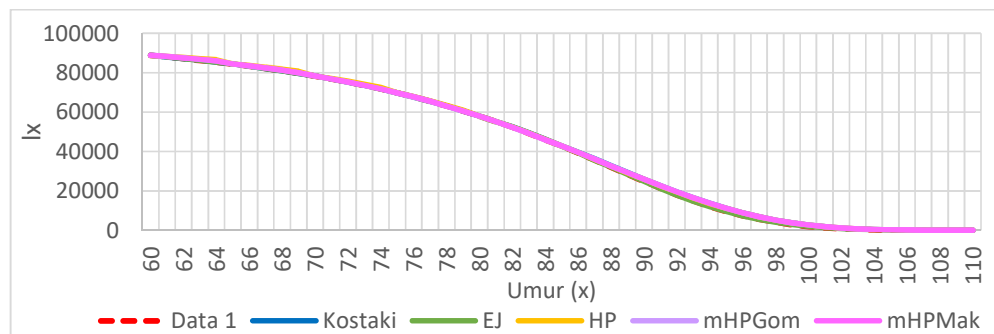
### Nilai dugaan $q_x$ dan $l_x$ dari Data 5

Hasil nilai dugaan  $q_x$  dan  $l_x$  ditampilkan pada Gambar 5 dan Gambar 6.



Gambar 5 Kurva perbandingan antara nilai  $q_x$  pada Data 1 dan nilai dugaan  $q_x$  THL lansia

Hasil yang dipaparkan berdasarkan Gambar 5 secara umum hampir sama dengan Data 4, perbedaannya terdapat pada nilai dugaan  $q_x$  yang lebih sedikit menjauhi nilai  $q_x$  pada Data 1. Untuk umur 60 hingga 104 tahun kurvanya saling berhimpit, sedangkan pada umur di atas 104 tahun terdapat beberapa metode interpolasi sedikit menjauhi  $q_x$  pada Data 1. Serta dapat dilihat bahwa kurva metode EJ dan HP lebih mendekati kurva  $q_x$  pada Data 1 dari pada metode lainnya.



Gambar 6 Kurva perbandingan antara nilai  $l_x$  pada Data 1 dan nilai dugaan  $l_x$  THL lansia

Hasil yang dipaparkan berdasarkan Gambar 6 secara umum hampir sama dengan Data 4, perbedaanya terdapat pada kurva semua metode yang digunakan saling berhimpitan dengan kurva  $l_x$  pada Data 1. Sehingga dapat dikatakan bahwa Data 5 lebih baik dari pada Data 4 karena tidak terlihat kurva metode interpolasi tersebut menjauhi kurva  $l_x$  pada Data 1.

### Perbandingan *Error*

Uji kesesuaian data diperoleh nilai RMSE yang dapat dilihat pada Tabel 2 dan Tabel 3.

Tabel 2  
Perbandingan kriteria uji antara nilai dugaan  $q_x$  lansia dari metode interpolasi yang digunakan

RMSE	Kostaki	EJ	HP	mHPGom	mHPMak
Data 4	0.04384	0.04420	0.01457	0.04299	0.04293
Data 5	0.02874	0.03658	<b>0.01229</b>	0.13341	0.03463

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa nilai dugaan  $q_x$  lansia dari metode HP dengan menggunakan Data 5 atau data ekstrapolasi dari laju kematian distribusi Makeham merupakan metode terbaik untuk menduga nilai  $q_x$  THL lansia.

Tabel 3  
Perbandingan kriteria uji antara nilai dugaan  $l_x$  lansia dari metode interpolasi yang digunakan

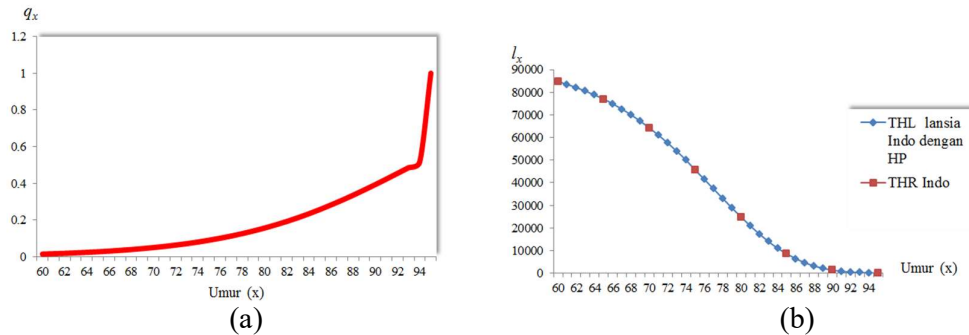
RMSE	Kostaki	EJ	HP	mHPGom	mHPMak
Data 4	1948.12	1915.88	1358.40	1920.29	1923.22
Data 5	<b>653.59</b>	659.20	689.33	671.16	671.58

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai dugaan  $l_x$  lansia dari metode Kostaki dengan menggunakan Data 5 atau data ekstrapolasi dari laju kematian distribusi Makeham merupakan metode terbaik untuk menduga nilai  $l_x$  THL lansia.

Hasil kriteria uji berdasarkan Tabel 2 dan Tabel 3 diperoleh metode yang terbaik adalah metode HP dan Kostaki. Akan tetapi pemilihan metode yang terbaik tidak hanya dilihat dari nilai kriteria uji, ada beberapa aspek lainnya yang juga dilihat sebagai pemilihan metode terbaik. Sehingga metode HP merupakan metode yang diaplikasikan untuk data kematian Indonesia dikarenakan metode tersebut mempunyai perhitungan yang lebih mudah dan sederhana, serta metode tersebut tidak memerlukan tabel hayat standar dalam proses pengerjaannya.

### Aplikasi Metode Interpolasi THR Terbaik pada Data Kematian Indonesia

Berdasarkan uraian sebelumnya diperoleh bahwa metode HP merupakan metode terbaik untuk menduga THL lansia Amerika Serikat. Metode tersebut diaplikasikan pada data kematian Indonesia, di mana hasil pendugaan metode tersebut ditampilkan pada Gambar 7 dengan angka harapan hidup lansia umur 60 tahun adalah 15.54 tahun.



Gambar 7 Kurva hasil penduga (a)  $q_x$  dan (b) perbandingan nilai THR dan THL  $l_x$  wanita Indonesia lansia dengan menggunakan metode HP

Hasil yang dipaparkan berdasarkan Gambar 7 dapat dilihat bahwa dengan menggunakan metode HP kurva yang diperoleh halus atau tidak bergelombang untuk (a) dan (b). Artinya kurva nilai duga (a) dapat menjelaskan jika semakin bertambahnya umur maka peluang kematian seseorang semakin besar, sedangkan kurva (b) untuk perbandingan antara kurva nilai duga  $l_x$  dari tabel hayat lengkap yang dihasilkan mengikuti pola dari  $l_x$  tabel hayat ringkas asli yang dimiliki Indonesia yaitu  $l_{60}$  hingga  $l_{80}$  dan untuk kurva nilai duga  $l_{85}$  hingga  $l_{95}$  dari tabel hayat lengkap yang diperoleh juga mengikuti pola dari tabel hayat ringkas hasil ekstrapolasi dengan menggunakan laju kematian Makeham yaitu  $l_{85}$  hingga  $l_{95}$ .

### SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian disimpulkan bahwa metode yang terbaik adalah metode Heligman-Pollard dengan menggunakan penggabungan data pemotongan tabel hayat ringkas Amerika Serikat dan ekstrapolasi tabel hayat ringkas dengan menggunakan laju kematian distribusi Makeham. Dari aplikasi metode Heligman-Pollard dengan menggunakan data kematian Indonesia untuk menduga tabel hayat lengkap diperoleh hasil yang baik karena mengikuti pola dari tabel hayat ringkas Indonesia dan diperoleh angka harapan hidup umur 60 tahun adalah 15.54 tahun.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Biro Pusat Aktiaria. 2012. *Tabel Mortalita Taspen 2012*. Jakata: PT Taspen.
- [2] Elandt JRC, Johnson NL. 1980. *Survival Models and Data Analysis*. New York (US): Wiley Series.
- [3] Heligman L, Pollard JH. 1980. The age pattern of mortality. *Journal of the Institute of Actuaries*, 107:49-80.
- [4] Kementrian Kesehatan RI. 2013. *Buletin Jendela Data dan Informasi Kesehatan*. Jakarta (ID): Bakti Husada.
- [5] Kostaki A, Lanke J. 2000. Degrouping mortality data for the elderly. *Mathematical Population Studies*, 7(4):331-341.
- [6] Mathews JH. 1992. *Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering*. London (UK): Prentic-Hall.
- [7] Purwanti T. 2016. Pendugaan *life table* penduduk wanita Indonesia dan pengembangannya menjadi *life table* kontinu [Tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- [8] Rusli Said. 1982. *Pengantar Ilmu Kependudukan*. Bogor: LP3ES.
- [9] Supono VR. 2009. Perbandingan metode interpolasi *abridged life table* dan aplikasinya pada data kematian Indonesia [Tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- [10] Wai SC, Yui KT. 2006. *Financial and Actuarial Mathematic*. Mc Graw Hill.
- [11] Zulkarnaen. 2011. Modifikasi metode interpolasi kostaki dalam menduga tabel hayat lengkap berdasarkan tabel hayat ringkas [Skripsi]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.